

3. Zentrale Stoßprozesse

Ein *zentraler* Stoß liegt vor, wenn sich die Schwerpunkte der beteiligten Körper vor und nach dem Zusammenstoß auf einer Geraden bewegen.

Stoßen zwei Körper aufeinander, dann verformen sie sich. Bildet sich diese Verformung nicht mehr vollständig zurück, dann spricht man von einem *unelastischen Stoß*. Ein *vollkommen unelastischer Stoß* liegt vor, wenn sich die Verformung überhaupt nicht mehr zurückbildet. Die Folge davon ist, dass sich die beiden Körper *gemeinsam weiter bewegen*.

Bei einem unelastischen Stoß geht immer ein Teil der *mechanischen Energie verloren*.

3.1. Der vollkommen unelastische Stoß

Mit dem Impulserhaltungssatz gilt für die gemeinsame Geschwindigkeit u beider Massen nach dem Stoß:

$$p = p' \Leftrightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u \Leftrightarrow u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Energiebetrachtung:

Der *gesamte absolute Verlust an kinetischer Energie* für den Sonderfall $v_2 = 0$, d.h. Stoß auf einen ruhenden Körper 2 ist:

$$\Delta E = E' - E = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 - \frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \left(\frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \right)^2 - \frac{1}{2}m_1 v_1^2 = -\frac{m_1 m_2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}$$

Für den *relativen* Verlust ergibt sich damit

$$\Delta E_{rel} = \frac{\Delta E}{E} = -\frac{m_1 m_2 v_1^2}{2(m_1 + m_2) \cdot \frac{1}{2} m_1 v_1^2} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}, \text{ also :}$$

$$\Delta E_{rel} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

Der relative Verlust hängt nur vom Verhältnis der beteiligten Massen ab.

Damit ergeben sich zwei Extremfälle:

a) $m_1 \gg m_2$, d.h. die stoßende Masse m_1 ist sehr viel größer als die ruhende Masse m_2 :
(Elefant „rammt“ eine Mücke)

Mathematisch: $m_1 \rightarrow \infty$: Damit geht der Nenner von $\Delta E_{rel} \rightarrow \infty$ und $\Delta E_{rel} \rightarrow 0$.

(Der Elefant gibt praktisch keine mechanische Energie ab.)

b) $m_1 \ll m_2$, d.h. die stoßende Masse m_1 ist sehr viel kleiner als die ruhende Masse m_2 :
(Mücke „rammt“ einen Elefanten)

Mathematisch: $m_1 \rightarrow 0$: Damit geht $\Delta E_{rel} \rightarrow 1$.

(Die Mücke gibt praktisch ihre gesamte mechanische Energie ab.)

Diese Überlegungen beeinflussen ganz erheblich das Verhalten z.B. bei (unelastischen) Auffahrunfällen.

3.2. Der vollkommen elastische Stoß

Bildet sich die Verformung, die beide Körper beim Zusammenstoß erleiden, wieder vollständig zurück, dann spricht man von einem vollkommen elastischen Stoß.

Beide Körper bewegen sich *nach dem Stoß unabhängig voneinander* weiter.

Beim elastischen Stoß wird die elastische Energie der Verformung wieder komplett in kinetische Energie zurück verwandelt, es findet also *kein Energieverlust* statt.

Allerdings findet eine *Energieübertragung* von einem auf den anderen Körper statt.

Da nach dem Stoß beide Körper unterschiedliche Geschwindigkeiten u_1 und u_2 haben, benötigen wir zwei Gleichungen, um sie aus den Größen vor dem Stoß zu berechnen:

$$\begin{aligned} \text{Impulserhaltung: } p &= p' \Rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \\ \text{Energieerhaltung: } E &= E' \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \end{aligned}$$

Durch geschickte Umformung erhält man:

$$u_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 (2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2} \quad \text{bzw.} \quad u_2 = \frac{m_2 v_2 + m_1 (2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

Achtung: Allgemeine Geschwindigkeitsberechnungen mit den obigen Formeln sind nach dem **neuen Lehrplan nicht vorgesehen**.

Die obigen Formeln waren vor der Lehrplanänderung in der Formelsammlung zu finden und damit prüfungsrelevant.

In der neuen Formelsammlung sind diese Formeln nicht mehr aufgeführt und damit nicht mehr prüfungsrelevant.

⇒ Einige alte APs zum Impuls sind damit nicht mehr lehrplankonform.

Energiebetrachtung: Im allgemeinen Fall zu kompliziert wegen obiger Formeln.

Geschwindigkeitsbetrachtung:

Für den Sonderfall $m_1 = m_2$ ergibt sich für u_1 und u_2 : $u_1 = v_2$ und $u_2 = v_1$

Beide Körper tauschen ihre Geschwindigkeiten aus.

3.3. Der reale Stoß

Bei *realen* Stoßprozessen liegt fast immer eine *Mischform* der beiden Idealisierungen vor.

Um einen vollkommen elastischen Stoß von einem realen zu unterscheiden, überprüft man, ob der Energieerhaltungssatz gültig ist.

Ist das nicht der Fall, liegt ein kein vollkommen elastischer, sondern realer Stoß vor.

Musteraufgabe: AP 2005 Aufgabe 1, Teil 1